

Основи на съвременната теория за инвестиционни портфейли

ДЕФИНИЦИИ

- Инвестиране ⇔ Потребление
- Инвеститор – субект (физическо или юридическо лице), използващо финансови (и/или други) ресурси в преследване на бъдещо възнаграждение
- Homo economicus – концепцията за рационалния инвеститор (обича дохода, не обича риска)
- Инвестиционни инструменти – инвестиционни възможности, достъпни (търгувани) свободно на пазар
- Портфейл – комбинация от инвестиционни инструменти притежавани от един инвеститор
- По принцип в портфейла се включват пълният набор от инвестиции на инвеститора – финансови, материални и нематериални. Все пак в случая се набляга върху финансовите инструменти и под “портфейл” ще се разбира “портфейл от финансови инструменти”
- Повечето субекти, съзнателно или не и целенасочено или не, притежават портфейли от инструменти (от някакъв вид)

ОСНОВАНИЕ ЗА ИЗПОЛЗВАНЕ НА ПОРФЕЙЛНИЯ ПОДХОД

- Смисълът на портфейла е подобряването на условията за инвестиране
- Придаване на съвкупността от инвестиционни инструменти такива инвестиционни характеристики, които са недостижими от позицията на отделния инструмент и са възможни само при тяхната комбинация.
- Най-често (но не единствено) се разглеждат риск и доход като свойства на инструмент/портфейл
- Отчитайки инвестиционните качества на отделните инструменти, може да се сформират различни портфейли, във всеки от които да има баланс между съществуващия риск, приемлив за рационалния инвеститор и очаквания доход в определен период от време.

СЪВРЕМЕННА ТЕОРИЯ ЗА ИНВЕСТИЦИОННИ ПОРТФЕЙЛИ

- Преди СТИП инвеститорите използват концепциите за риск и доход доста свободно. Въпреки че те като цяло са имали понятие за риска, обикновено той не е бил оценяван количествено.
- Години наред са знаели интуитивно, че е необходимо диверсифициране, в смисъла “не слагай всичките си яйца в една кошница”.
- През 50те години на ХХ век Хари Марковиц създава прост модел на портфейл, в опит да обясни явлението “деверсификация”(и други) научно
- Неговите фундаментални постижения включват:
 - Предложен измерител за риск
 - Обяснение на диверсификацията (портфейлен риск)
 - Набор от оптимални портфейли
 - Критерий за избор на оптимален портфейл

ОЧАКВАН ДОХОД ОТ ФИНАНСОВ ИНСТРУМЕНТ (МАРКОВИЦ)

- Инвеститорите търгуват инструменти заради бъдещи доходи, ето защо моделите на портфейли трябва да бъдат формулирани “ex ante” въз основа на “ex-post” данни
- Най-лесният подход е да се използват вероятностни оценки за бъдещите доходи от финансови инструменти
- Но всякакви други методи (“предиктори”) могат да се използват

$$E(R_i) = \sum_{k=1}^m (P_k) PR_k, \text{ където}$$

P_k – вероятност за получаване на всеки потенциален доход

PR_k – потенциални доходи от даден инструмент

m – брой потенциални доходи от всеки инструмент

РИСК НА ФИНАНСОВ ИНСТРУМЕНТ (МАРКОВИЦ)

- Използва се дисперсия или стандартно отклонение (корен квадратен от дисперсия) за очакваните доходи
- От статистическа гледна точка дисперсията измерва разсейването на доходите от даден инструмент около очакваната стойност.
- Колкото по-голяма е тази дисперсия, по-голям е рискът

$$VAR(R_i) = \delta_i^2 = \sum_{k=1}^m (PR_k - E(R_i))^2 P_k$$

$$SD(R_i) = \delta_i = \sqrt{\sum_{k=1}^m (PR_k - E(R_i))^2 P_k}$$

ОЧАКВАН ДОХОД ОТ ПОРТФЕЙЛ (МАРКОВИЦ)

- Очакваният доход от даден портфейл се изчислява лесно като средна претеглена (weighted average) от очакваните доходи на всички инструменти включени в него.
- Използваните тегла представляват дяловете на инвестираните средства в даден инструмент от всички от портфейла.
- Сумата на теглата на всички инструменти трябва да е 100 % от общо инвестираните средства в портфейла.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i \cdot E(R_i)$$

W_i – дял на инвестираните средства в инструмент i от общо инвестираните

$E(R_i)$ – очакван доход от инструмент i

n – брой използвани инструменти

РИСК НА ПОРТФЕЙЛА

- В модела на Марковиц рискът се измерва чрез дисперсия/стандартно отклонение на дохода от портфейла
- “Въпреки че очаквания доход от портфейл е средна претеглена от очакваните доходи от индивидуалните инструменти, включени в портфейла, **РИСКЪТ НЕ Е СРЕДНА ПРЕТЕГЛЕНА ВЕЛИЧИНА ОТ ИНДИВИДУАЛНИТЕ РИСКОВЕ.**
- Общият риск зависи не само от средни претеглени рискове на инструментите в портфейла, но също и от взаимните зависимости (ковариациите) между доходите от отделните инструменти.
- Включването на ковариациите позволява на инвеститорите могат да намаляват общия риск на портфейла.

РИСК НА ПОРТФЕЙЛА (МАРКОВИЦ)

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i \cdot E(R_i),$$

НО

$$VAR(R_p) \neq \sum_{i=1}^n W_i \cdot VAR(R_i)$$

$$VAR(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i^2 \cdot VAR(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i \cdot W_j \cdot COV(R_i, R_j); i \neq j$$

$$VAR(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i^2 \cdot VAR(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i \cdot W_j \cdot r_{i,j} \cdot SD(R_i) \cdot SD(R_j); i \neq j$$

$COV(R_i, R_j)$ *Вариація на очакваните д* *оходи от инструменти i и j*

$r_{i,j}$ *корелация на инструменти i и j*

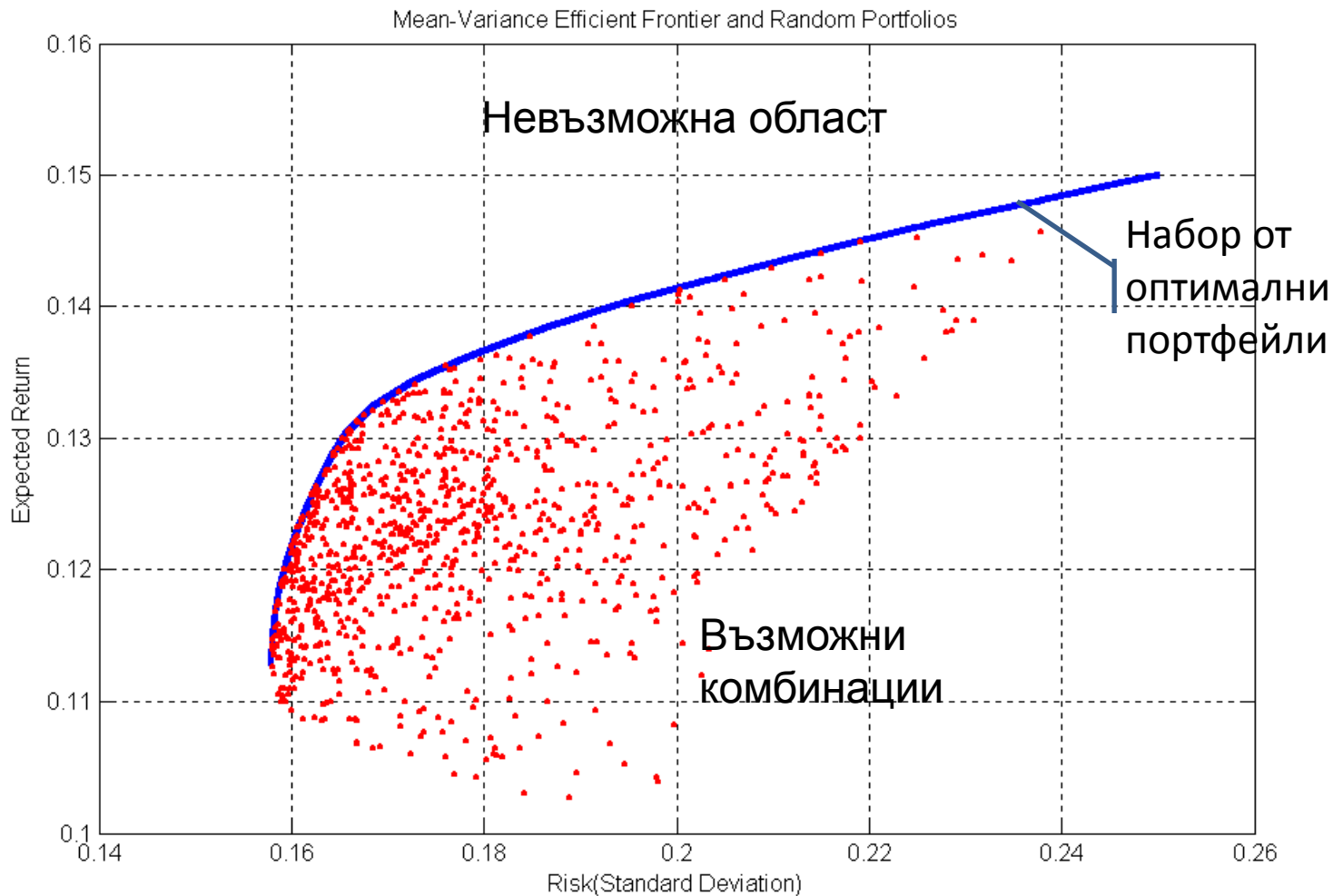
ИЗВОДИ ОТНОСНО РИСКА НА ПОРТФЕЙЛ

- Изразът, отчитащ взаимната зависимост може да:
 - Повиши портфейлния риск (ако е положителен)
 - Не добави риск (ако е равен на нула)
 - Намали портфейлния риск (ако е отрицателен)
- С увеличаване на броя на инструментите, включени в портфейла, важността на всеки отделен инструмент намалява, докато важността на тяхната взаимна обвързаност се увеличава (пример: портфейл с еднакви тегла)
- Не два, а три фактора определят риска на портфейл:
 - Дисперсията на всеки инструмент
 - Относителните тегла на инструментите
 - Ковариацията между инструментите

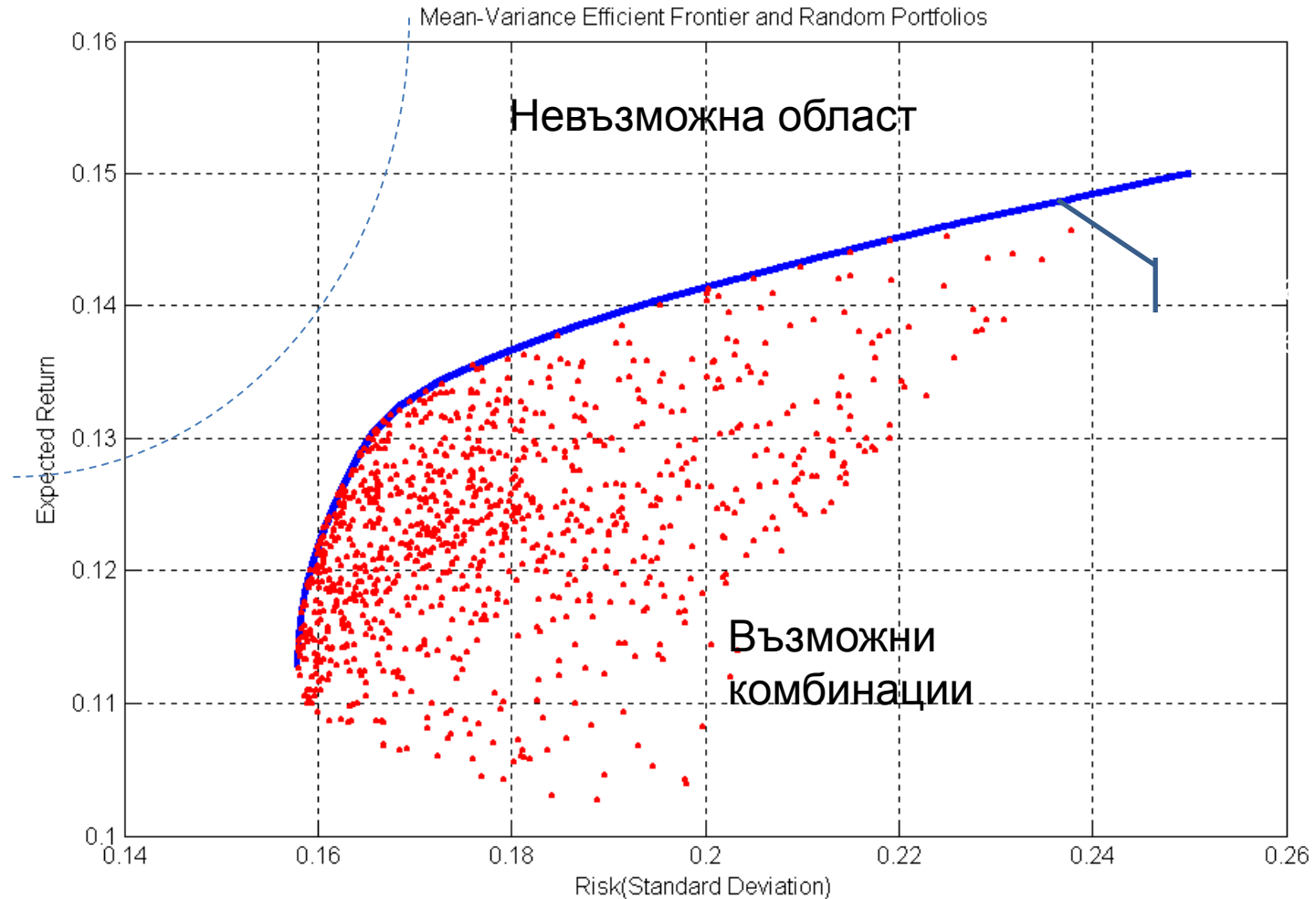
МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



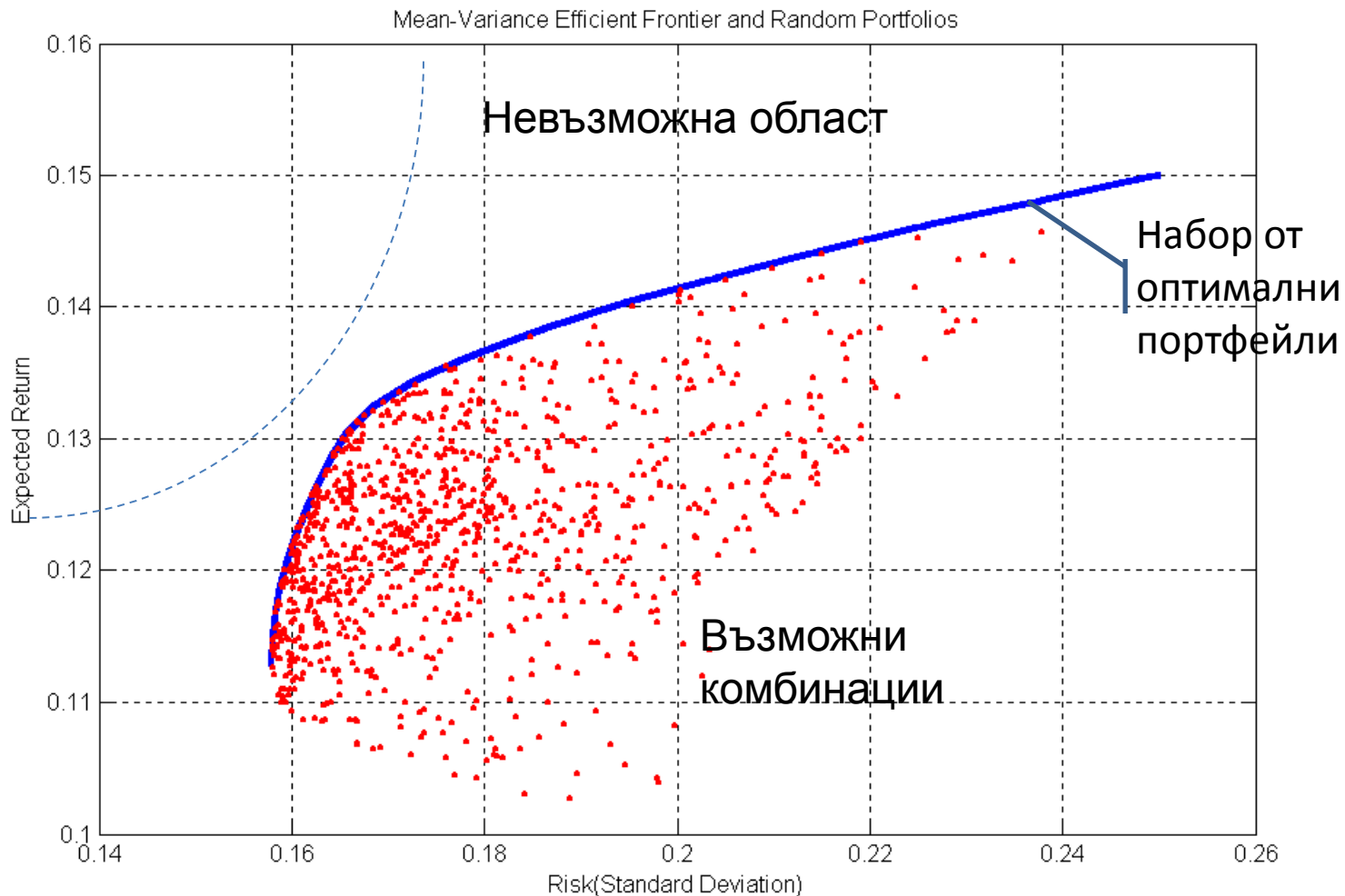
МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



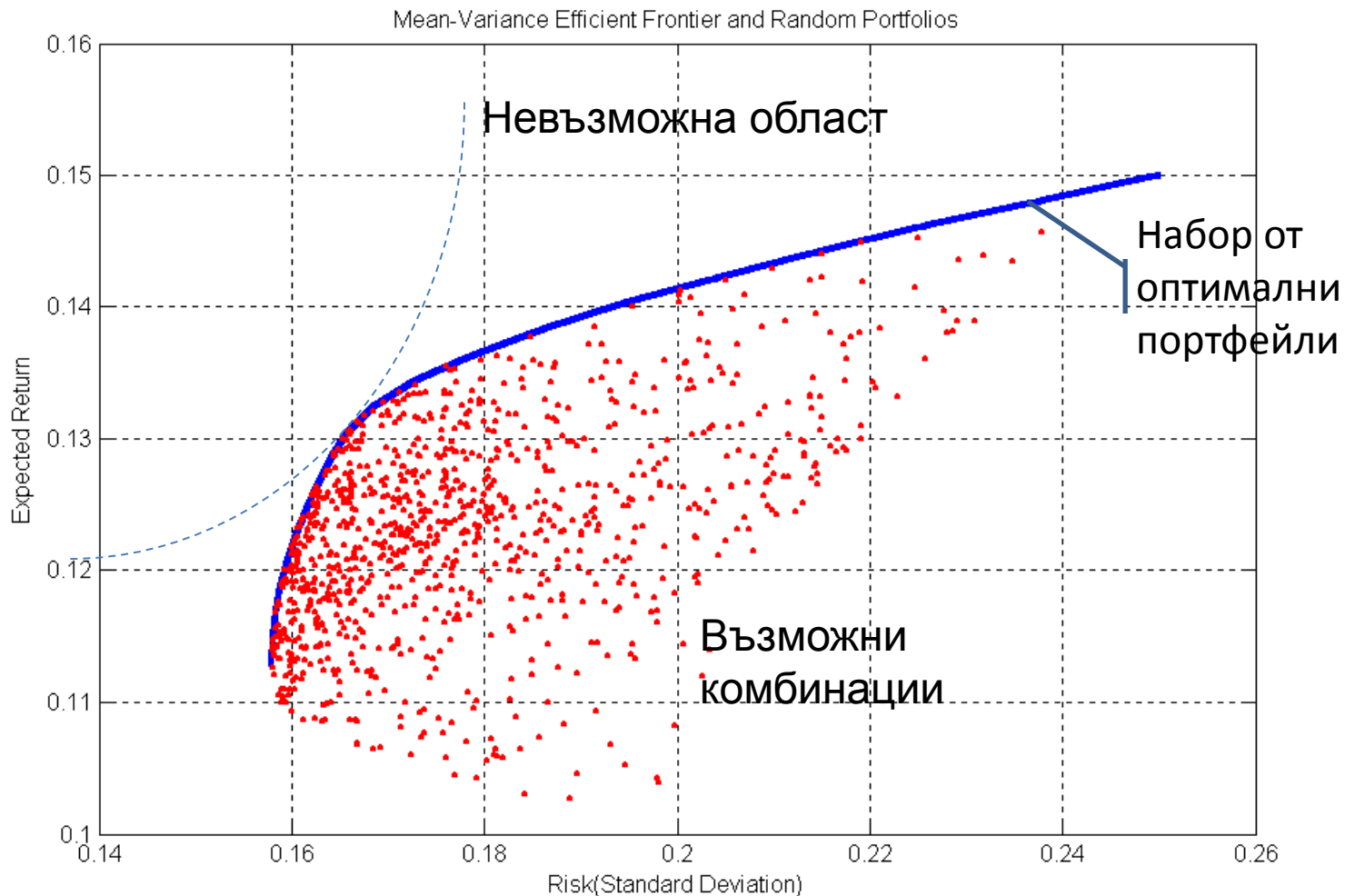
МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



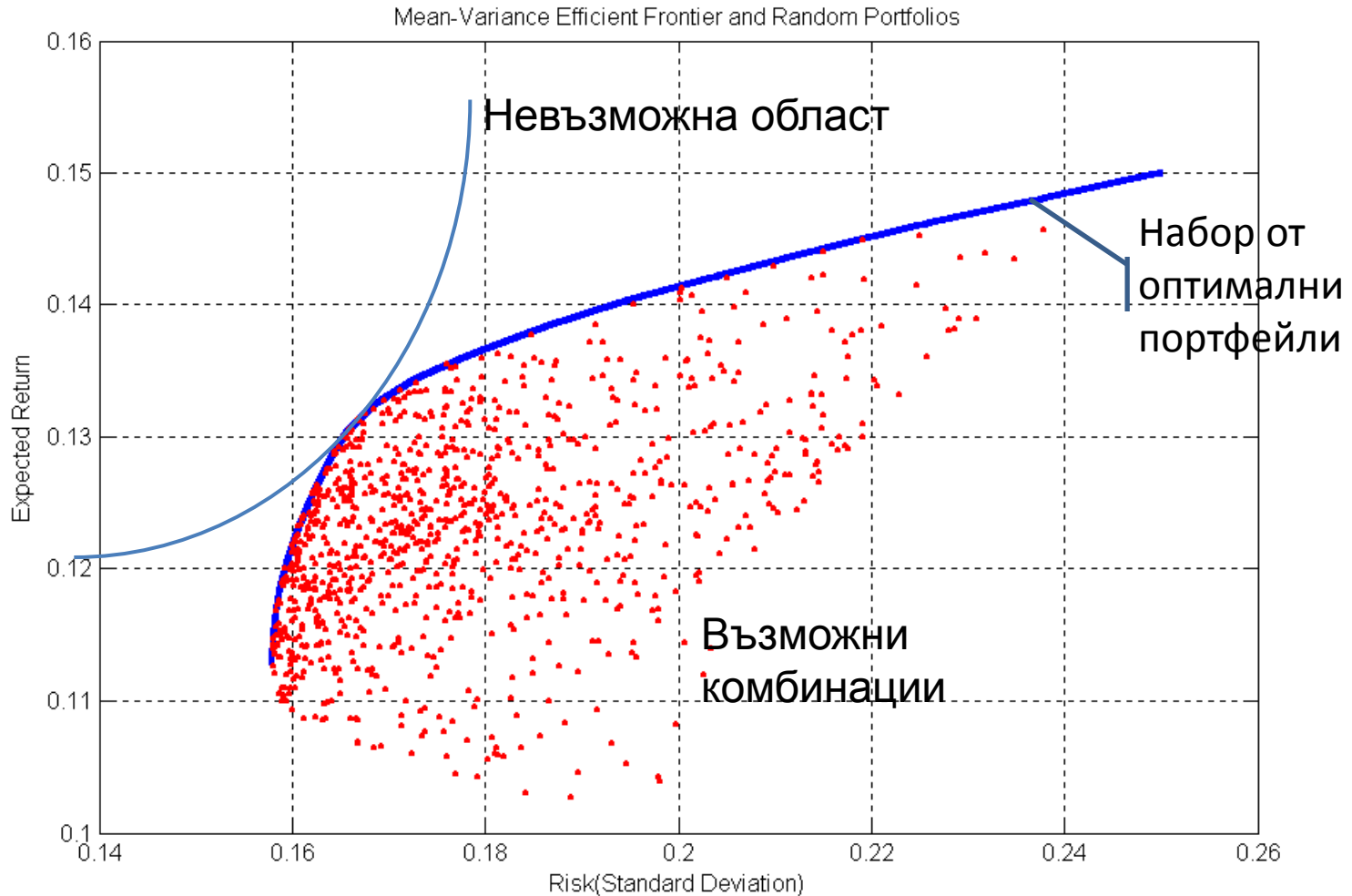
МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



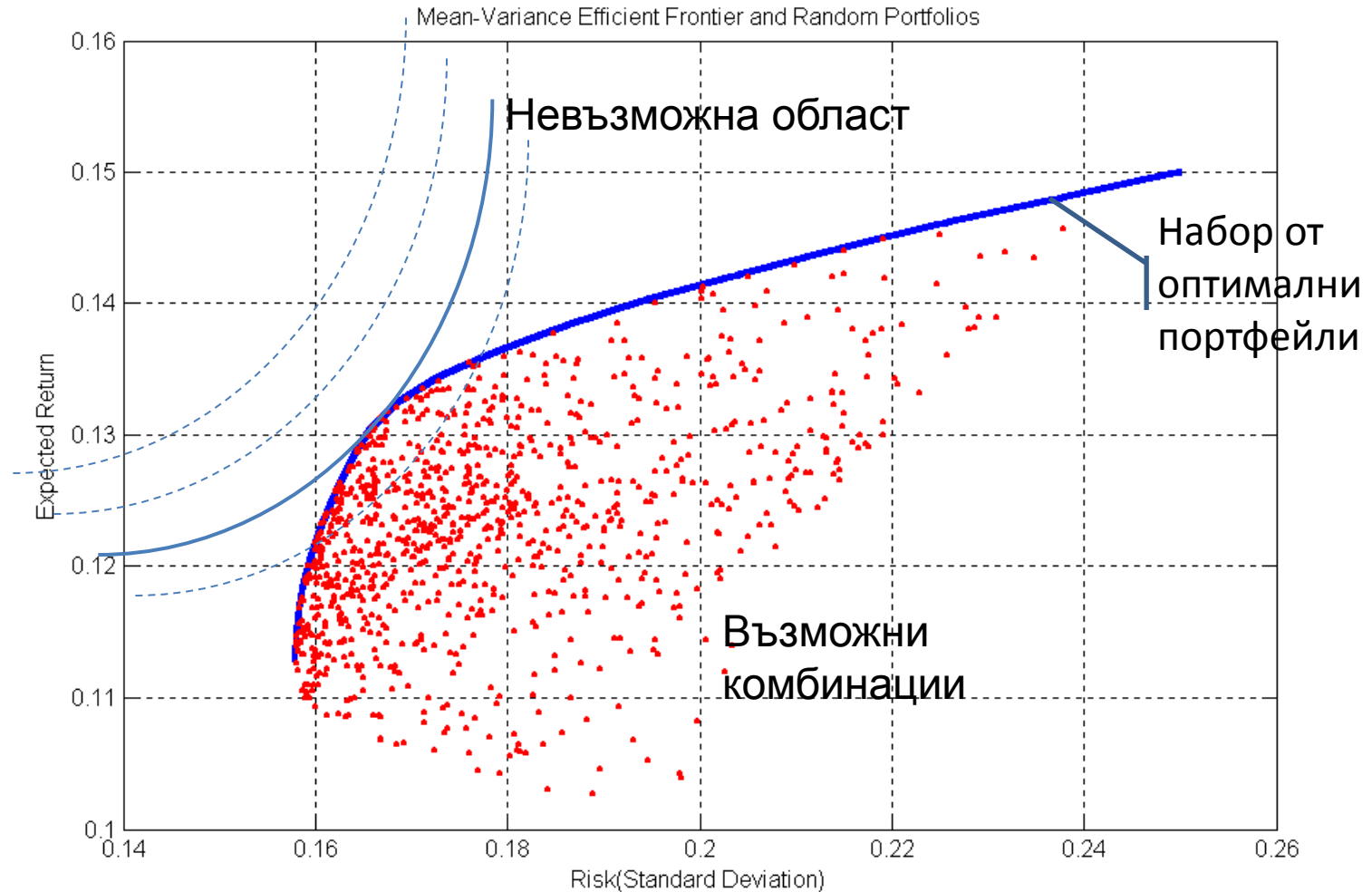
МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



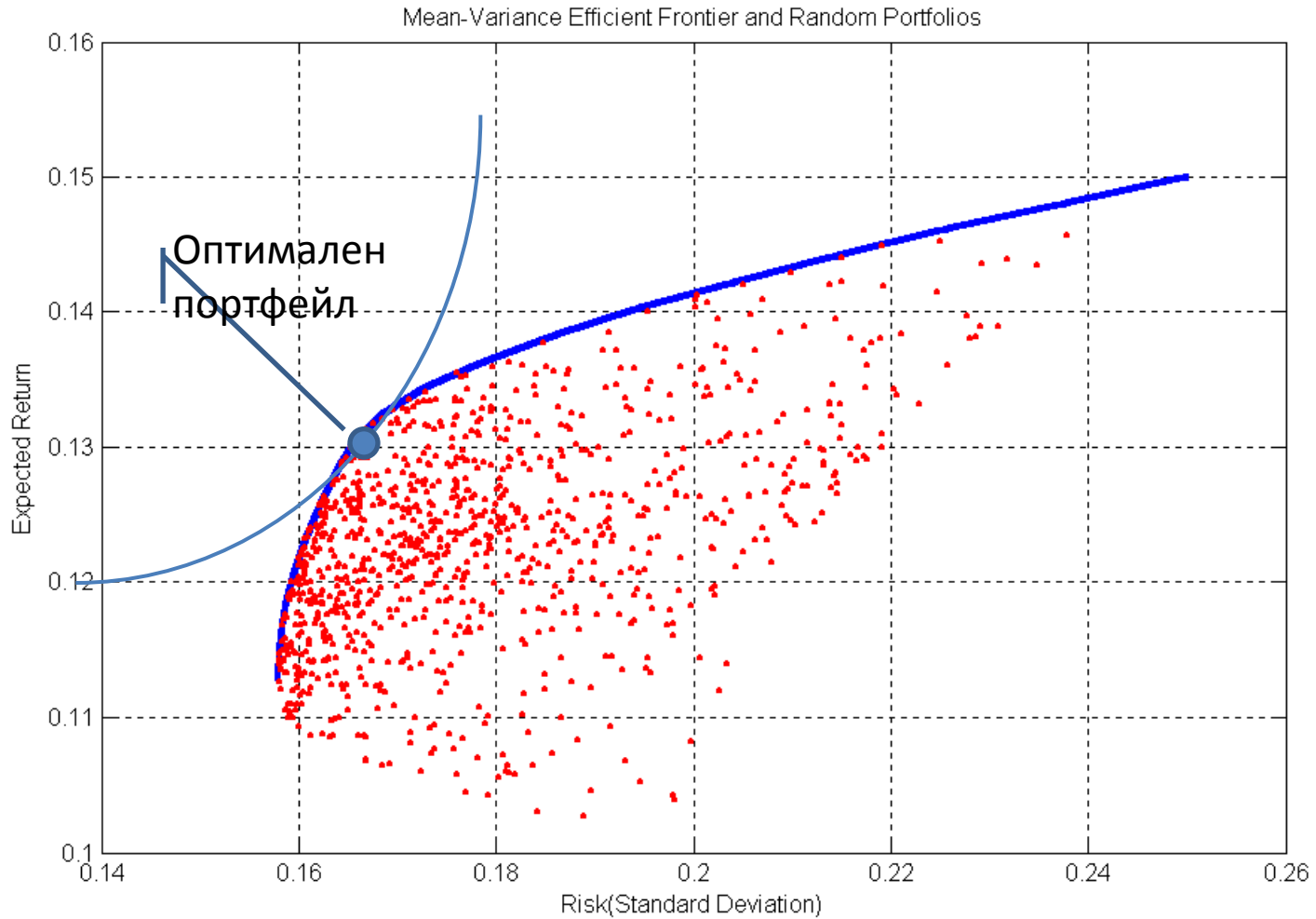
МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



МОДЕЛ НА МАРКОВИЦ



НЕОБХОДИМИ ВХОДНИ ДАННИ ЗА МОДЕЛА НА МАРКОВИЦ

1. Очакван доход, $E(R_i)$ за всеки инструмент
2. Дисперсия на доходите, $VAR(R_i)$, (или стандартно отклонение) за всеки инструмент
3. Ковариация $COV(R_i, R_j)$, (или корелация) между всяка двойка инструменти

ЕДНОИНДЕКСЕН МОДЕЛ

- Практическото приложение на модела Марковиц изисква непрактично голям брой оценки за ковариациите между всички двойки от инструменти (за 500 инструмента => 124750 оценки)
- Оптимайки се да опрости изчисленията, Уилям Шарп предлага т. нар. “диагонален портфейл”, който дава и нови възгледи за риска
- Ковариациите между доходите проявяват склонност да бъдат положителни, защото икономическите сили, влияещи върху инструментите, са едни и същи
- Икономическите сили могат да бъдат групирани в един общ макроикономически фактор, като се допусне, че той обобщава фондовия пазар.
- Освен този фактор, се допуска, че останалата несигурност в доходите на инструментите е специфична
- Специфичните за инструментите събития влияят върху отделния инструмент, без да засягат забележимо целия пазар

ЕДНОИНДЕКСЕН МОДЕЛ

- Пазарен модел:

$$R_i = \alpha_i + M + \varepsilon_i$$

α_i - постоянен доход, уникален за инструмент i

M - доход, зависещ от макро фактори

ε_i - остатъчна грешка

ЕДНОИНДЕКСЕН МОДЕЛ

- Различните инструменти реагират по различен начин на макро факторите
- Факторен модел:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i \cdot F + \varepsilon_i$$

β_i - чувствителност на инструмент i към макро факторите

F - стойност на макро фактор

ε_i - остатъчна грешка

ЕДНОИНДЕКСЕН МОДЕЛ

- Какво е подходящо да се използва за макро фактор?
 - Въздейства върху инвестиционния процес
 - Обобщава пазара
 - Измеримост
 - Данните са съвместими с данните на инструментите
- Обикновено се използва широк пазарен индекс като S&P 500 (откъдето идва названието)

ЕДНОИНДЕКСЕН МОДЕЛ

Очакван доход от инструмент i :

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i \cdot F$$

Риск на инструмент i :

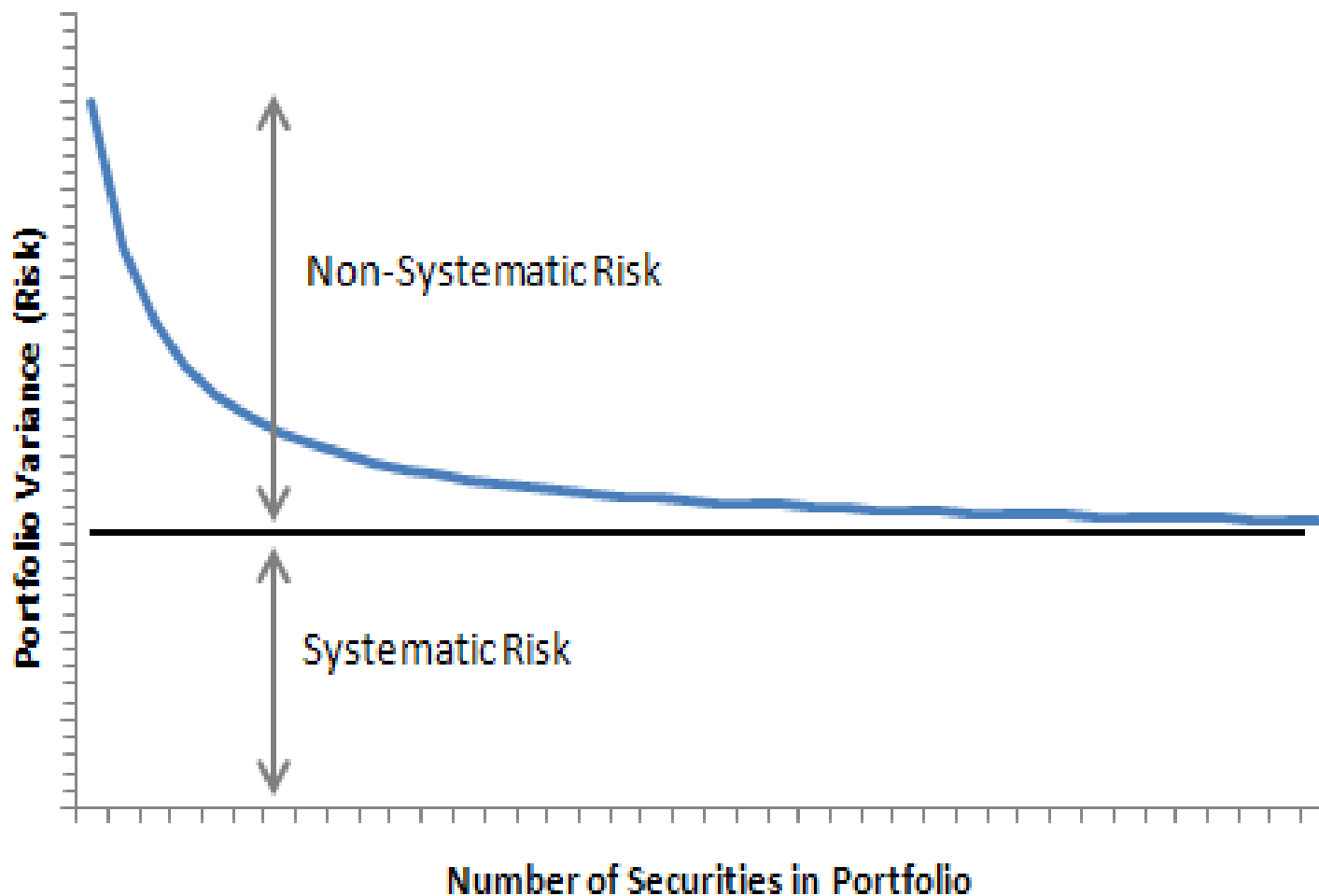
$$VAR(R_i) = \beta_i^2 \cdot VAR(F) + VAR(e_i)$$

Ковариация между два инструмента:

$$COV(R_i, R_j) = \beta_i \cdot \beta_j \cdot VAR(F)$$

- Оценяване на Едноиндексния модел:
- Метод – регресия
- Оценявани променливи – $\alpha_i, \beta_i, VAR(e_i)$
- Брой оценки за 500 инструменти => 1500

СИСТЕМАТИЧЕН И НЕСИСТЕМАТИЧЕН РИСК



КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ

- На теория всички финансови инструменти са рискови
- На практика, обаче, съществуват финансови инструменти чиито доходи са сигурни и предсказуеми за непосредствения бъдещ период от време. (Например краткосрочните ДЦК)
- Така може да се конструира комбиниран портфейл от безрисков финансов инструмент и даден рисков оптимален портфейл, (лежащ на границата на оптимални портфейли).
- При оценка на риска и дохода на комбинирания портфейл се използват уравненията от модела на Марковиц

ДОХОД ОТ КОМБИНИРАН ПОРТФЕЙЛ

$$E(R_c) = W_f \cdot E(R_f) + W_p \cdot E(R_p)$$

където : $W_f + W_p = 1$

W_f тегло на безрисков инструмент

W_p тегло на рисков портфейл

$E(R_f)$ очакван доход на безрисков инструмент

$E(R_p)$ очакван доход от рисков портфейл

РИСК НА КОМБИНИРАН ПОРТФЕЙЛ

$$VAR(R_c) = W_f^2 \cdot VAR(R_f) + W_p^2 \cdot VAR(R_p) + COV(R_f, R_p)$$

$VAR(R_f)$ *риск от безрисков инструмент*

$VAR(R_p)$ *риск от рисков портфейл*

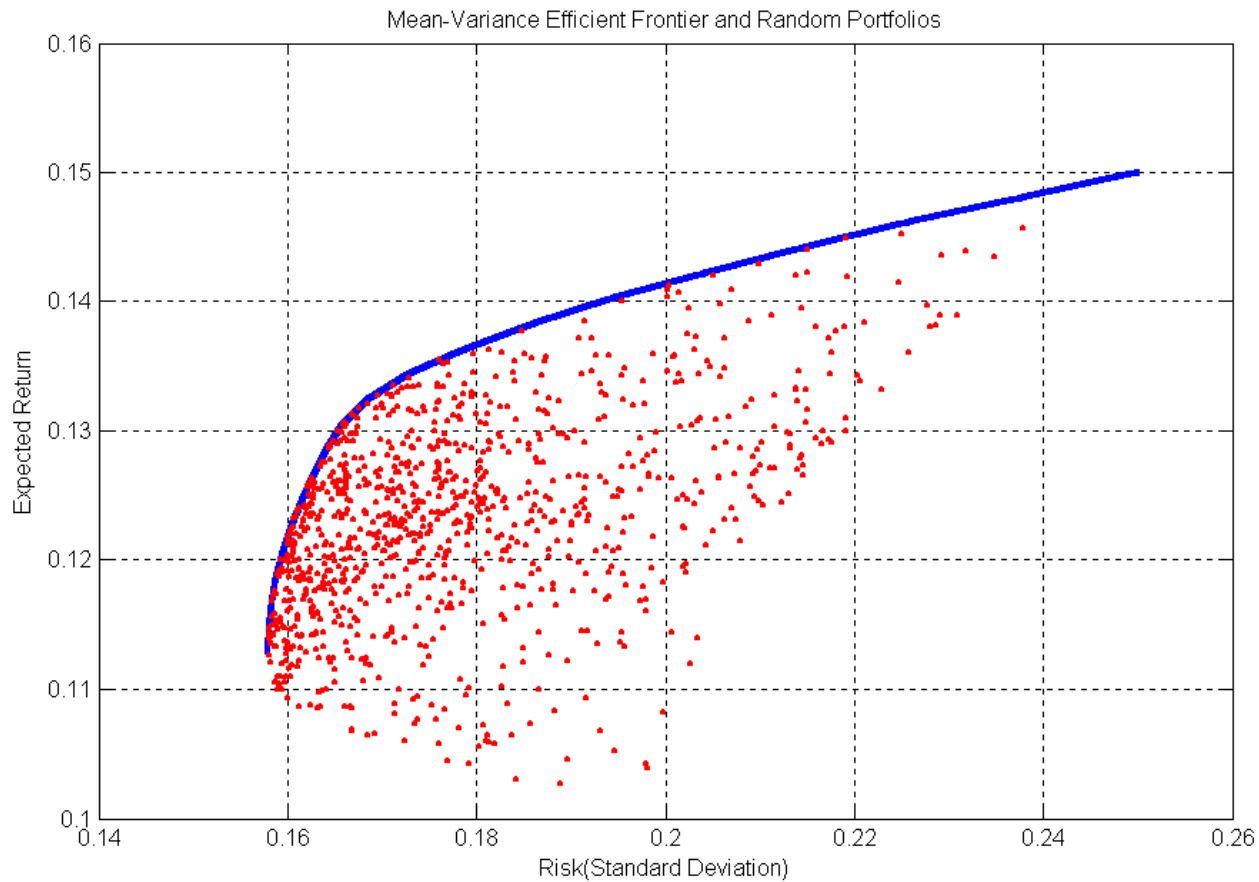
НО

$$VAR(R_f) = 0$$

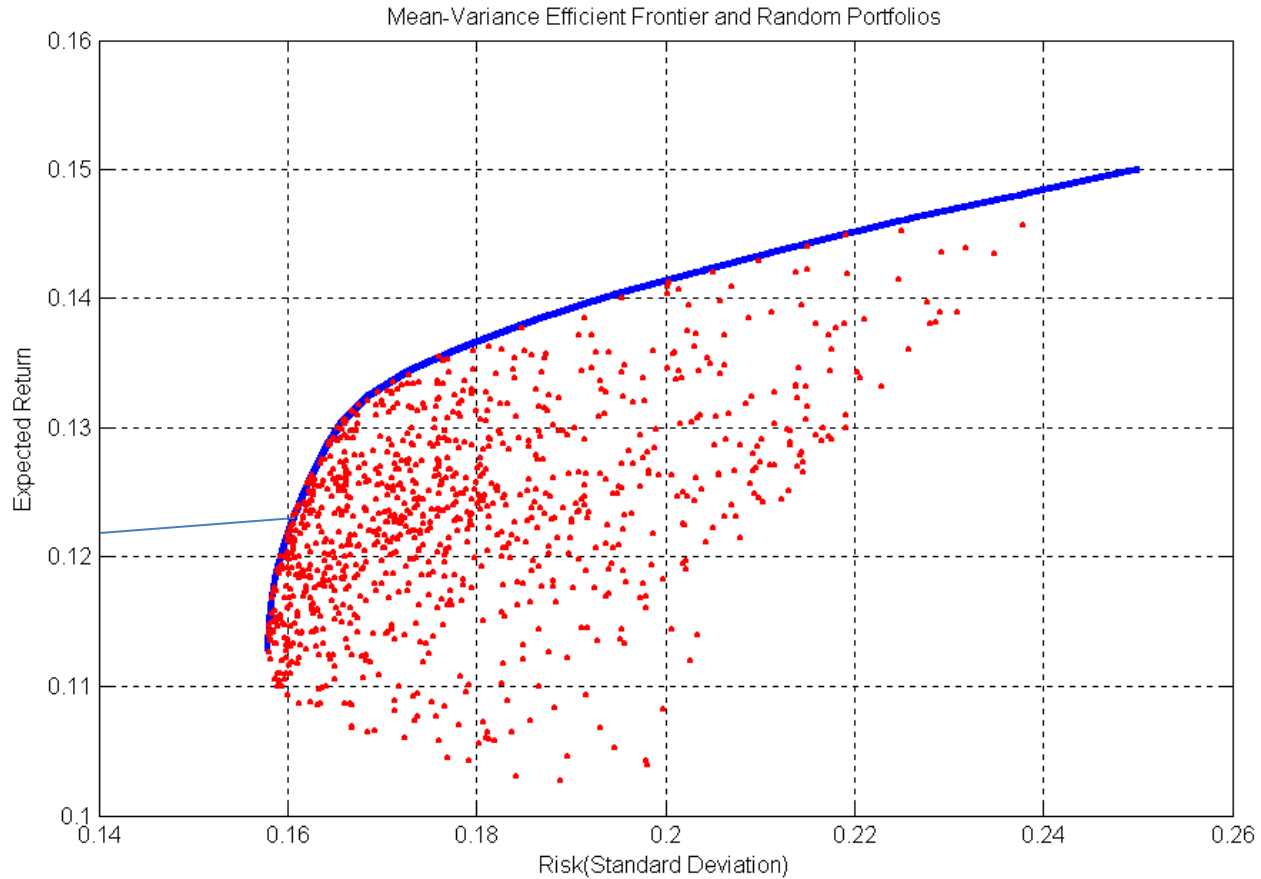
$$COV(R_f, R_p) = 0$$

$$\Rightarrow VAR(R_c) = W_p^2 \cdot VAR(R_p)$$

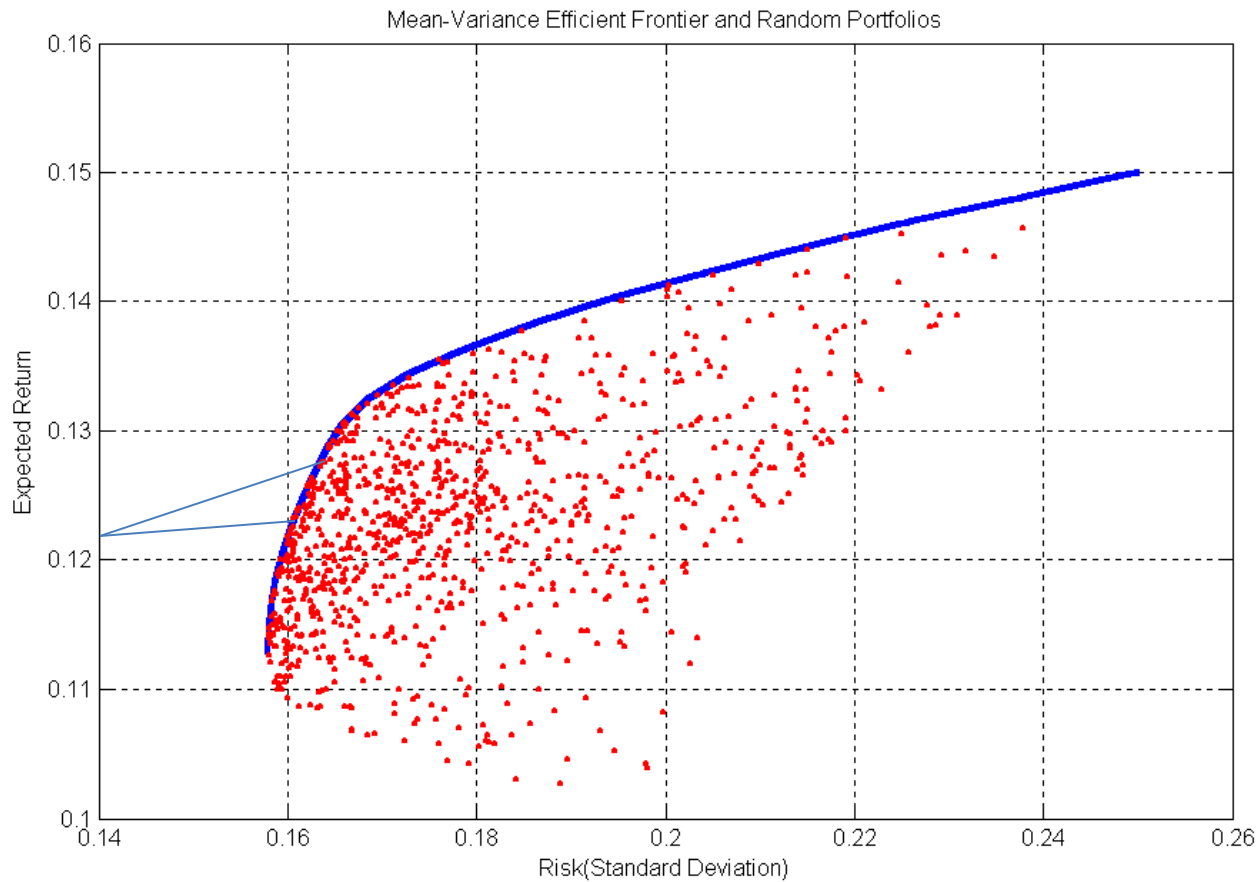
КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ



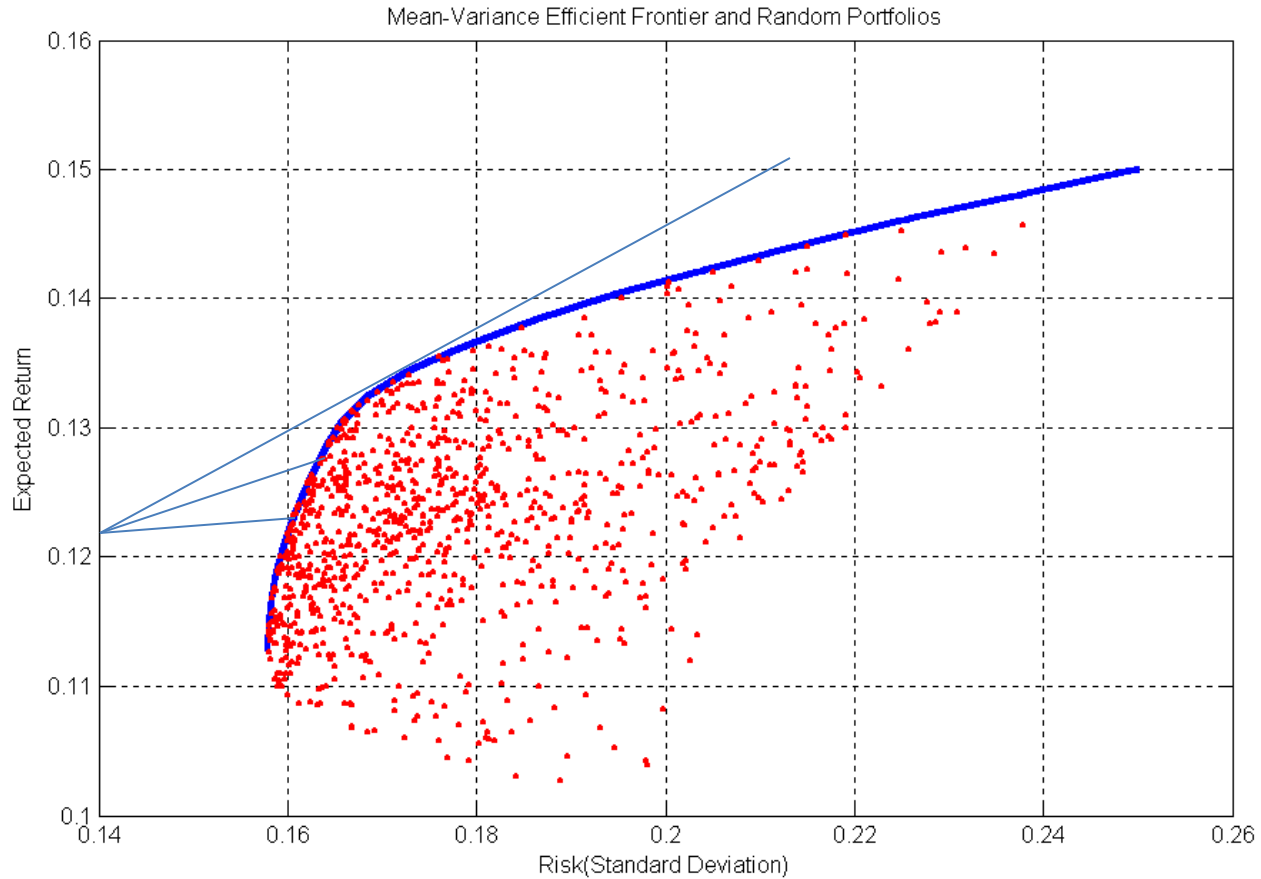
КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ



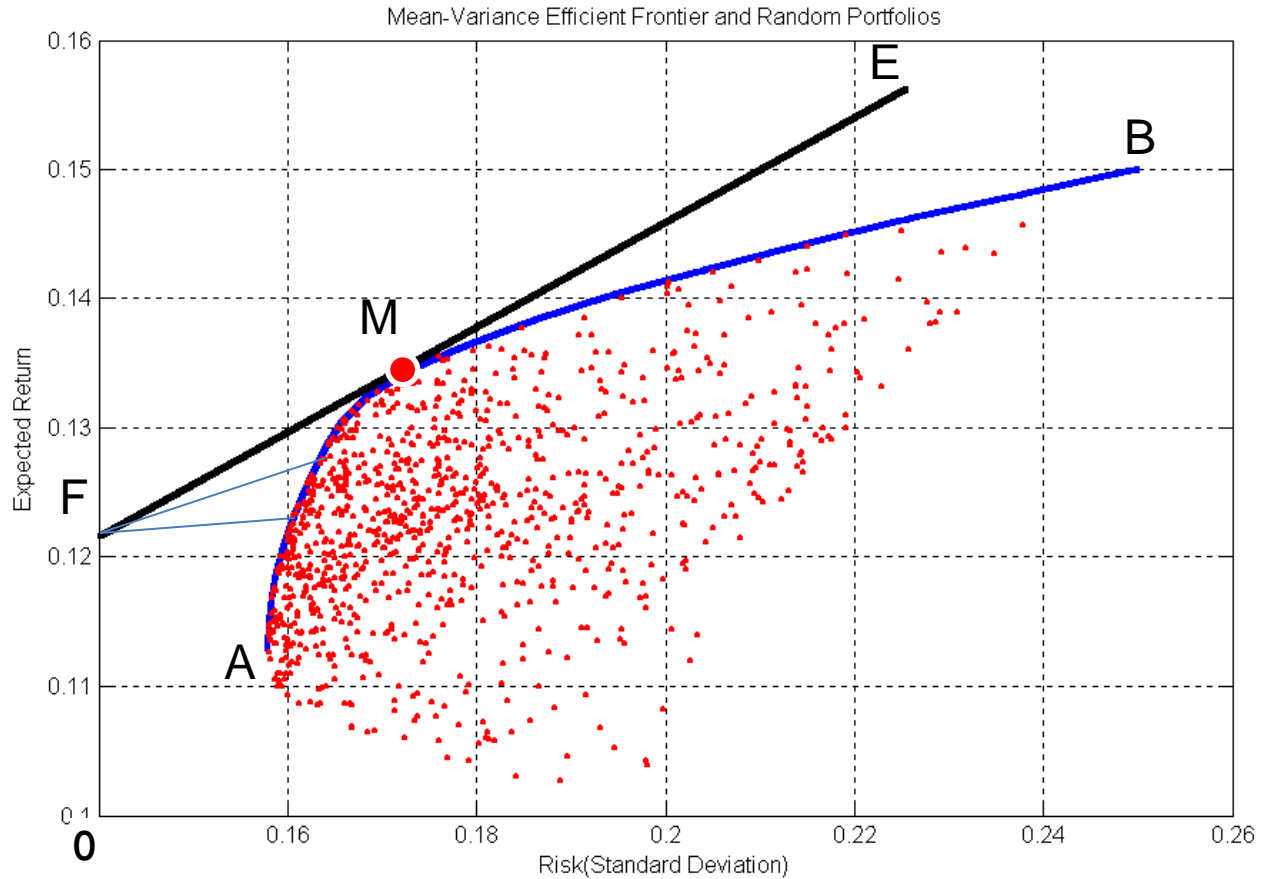
КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ



КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ



КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ



СЛЕДСТВИЯ ОТ КОМБИНИРАНЕ С БЕЗРИСКОВ ИНСТРУМЕНТ

- **Безрисковият инструмент подобрява условията на инвестиране**
- **Концепцията за Пазарен портфейл**
 - Ако границата на оптималните портфейли (AB) да е получена от всички рискови инструменти в икономиката, тогава портфейл M е т. нар. пазарен портфейл.
 - Той представлява комбинация от всички рискови инструменти, относителни дялове еквивалентни на дяловете им в икономиката
 - В условията на перфектен пазар, всеки рационален инвеститор би трябвало да инвестира в пазарния портфейл
- **Прерастване на инвестиционните решения във финансови**
 - Икономическата същност на инвестиране в безрисков инструмент е кредитиране
 - Ако се заемат средства при лихва близка до безрисковия доход и се инвестират в пазарния портфейл?
 - Линия на капиталовия пазар
 - При перфектен равновесен пазар инвестиционните решения се свеждат до заемане и кредитиране на средства



The Bank of Sweden Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 1990

"for their pioneering work in the theory of financial economics"



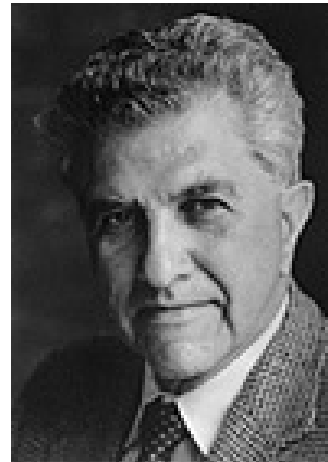
**Harry M.
Markowitz**

🕒 1/3 of the prize

USA

City University of
New York
New York, NY, USA

b. 1927



Merton H. Miller

🕒 1/3 of the prize

USA

University of
Chicago
Chicago, IL, USA

b. 1923
d. 2000



**William F.
Sharpe**

🕒 1/3 of the prize

USA

Stanford University
Stanford, CA, USA

b. 1934

КРИТИЧНИ ВЪПРОСИ

- Рационален ли е инвеститорът?
- “Гладка” ли е границата на оптимални портфейли?
- Преизпълнението на очаквания доход риск ли е?
- “Вискозен” ли е пазарът?
- Защо пазарните модели не прогнозират точно (като във физиката)?
- Пазарът перфектен ли е?
- Нормално ли е разпределението на доходите от инструментите?
- Независими ли са котировките на инструментите?
- Правилно ли е да се разглежда пазара в статика?
- Хипотезата за непромяна на условията важи ли?
- Отчитат ли се ликвидност и други свойства на инвестицията?